

Minicurso – Introdução ao Cálculo Estocástico e Apreçamento de Derivativos

O minicurso é direcionado a alunos de graduação e de pós-graduação com interesse na moderna teoria de apreçamento de ativos, com especial destaque para a modelagem e apreçamento de commodities. O curso é baseado no livro Modelos Quantitativos em Finanças, Editora Bookman (2013), escrito pelo ministrante Fernando Aiube.

Currículo - Graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Goiás (1980), mestrado (1995) e doutorado (2005) ambos em Engenharia de Produção - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Lecionou como professor adjunto da PUC-RJ no Depto de Engenharia Industrial por 20 anos (1995-2015). Atuou como engenheiro de petróleo na Petrobras por 34 anos (1981-2015). Atualmente é professor adjunto na Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Programa

Minicurso - XV Workshop de Economia

Introdução ao Cálculo Estocástico e Apreçamento de Derivativos

Fernando Antonio Lucena Aiube

Faculdade de Ciências Econômicas

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Resumo

O objetivo deste curso introdutório é fundamentalmente o de apresentar os conceitos do cálculo estocástico e sua aplicação ao apreçamento de derivativos em finanças. Fazemos uso dos conceitos em tempo contínuo que é a forma mais usual na literatura.

A teoria de finanças ganhou um impulso enorme nas últimas décadas com o sucesso do trabalho seminal de Black, Merton e Scholes (BMS) em 1973. Inaugurou-se a partir de então uma nova etapa em finanças. O modelo por eles proposto alavancou o desenvolvimento dos mercados de derivativos mundo afora. Por outro lado, à medida que os mercados tornaram-se mais sofisticados na proposição de derivativos, o meio acadêmico sentiu-se mais estimulado e avançou na formulação e estimação (calibração) de tais modelos.

Iniciamos com os conceitos básicos de processos estocásticos e apresentamos o modelo usual de preços das ações. Seguimos com o cálculo estocástico destacando a fórmula de Itô. Fazemos a derivação do modelo de BMS na forma clássica (tal qual foi apresentado no artigo original), apresentamos sua solução e as limitações. Posteriormente, apresentamos os conceitos de apreçamento de derivativos através da medida martingal equivalente (MME).

Trata-se da forma mais usual de apreçamento na literatura. Destacamos então os teoremas fundamentais de finanças. Por fim apresentamos os modelos em commodities dada a relevância para na última década e a importância para o Brasil.

- 1 Motivação
 - 1.1 Derivativos: definições básicas
 - 1.2 Opções
- 2 Introdução
 - 2.1 Processos estocásticos
 - 2.2 Processo Browniano padrão
 - 2.3 Variação quadrática do Browniano
 - 2.4 Processos aritméticos e geométricos
- 3 Cálculo estocástico
 - 3.1 Regras básicas de operação
 - 3.2 Fórmula de Itô
 - 3.3 Integral de Itô - Isometria
 - 3.4 Solução de EDP's estocásticas
- 4 Apreçamento de opções: abordagem clássica
 - 4.1 Derivação do modelo de Black, Merton e Scholes
 - 4.2 Solução da EDP de BMS
 - 4.3 Modelo de Heston
- 5 Apreçamento pela medida martingal
 - 5.1 Definições básicas
 - 5.2 Noção de sigma-álgebra
 - 5.3 Medida de probabilidade
 - 5.4 Valor esperado condicional
 - 5.5 Processos martingais
- 6 Apreçamento de opções: abordagem pela MME
 - 6.1 Mudança de medida
 - 6.2 Apreçamento pela medida martingal
 - 6.3 Teoremas fundamentais de finanças
 - 6.4 Apreçamento por MC
- 7 Modelos em commodities
 - 7.1 Definições e propriedades
 - 7.2 Preço futuro e forward
 - 7.3 Retorno de conveniência
 - 7.4 Estrutura a termo dos preços
 - 7.5 Estrutura a termo da volatilidade
 - 7.6 Preço futuro e preço à vista
 - 7.7 Alguns modelos clássicos
 - 7.8 Modelo de um fator
 - 7.9 Modelo de dois fatores
 - 7.10 Modelo de Schwartz e Smith
 - 7.11 Modelo de três fatores

Bibliografia

1. Aiube, F.A.L. (2013). Modelos Quantitativos em Finanças. Porto

Alegre, Editora Bookman.

2. Hirsa, A., Neftci S. (2013). An Introduction to the mathematics of financial Derivatives. 2nd edition St Louis, Academic Press.
3. Hull, J. (2014). Options, Futures and Other Derivatives, 9th edition, Pearson.
4. McDonald R. (2003). Derivatives Markets. Reading: Addison-Wesley.
5. Shreve, S. (2004). Stochastic Calculus for Finance: continuous time models. New York, Springer.
6. Willmot P., Howison, S., Dewynne J (1995). The mathematics of financial Derivatives. Cambridge: Cambridge.