



Faculdade de Economia,  
Administração e Contabilidade  
de Ribeirão Preto  
Universidade de São Paulo

## **Texto para Discussão**

**Série Economia**

TD-E 08 / 2015

### **Escolas Charter e a Eficiência do Sistema Público de Ensino**

Prof. Dr. Reynaldo Fernandes



Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto  
Universidade de São Paulo

**Universidade de São Paulo**  
**Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade**  
**de Ribeirão Preto**

Reitor da Universidade de São Paulo  
Marco Antonio Zago

Diretor da FEA-RP/USP  
Dante Pinheiro Martinelli

Chefe do Departamento de Administração  
Sonia Valle Walter Borges de Oliveira

Chefe do Departamento de Contabilidade  
Adriana Maria Procópio de Araújo

Chefe do Departamento de Economia  
Renato Leite Marcondes

CONSELHO EDITORIAL

**Comissão de Pesquisa da FEA-RP/USP**

Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto  
Avenida dos Bandeirantes, 3900  
14040-905 Ribeirão Preto - SP

A série TEXTO PARA DISCUSSÃO tem como objetivo divulgar: i) resultados de trabalhos em desenvolvimento na FEA-RP/USP; ii) trabalhos de pesquisadores de outras instituições considerados de relevância dadas as linhas de pesquisa da instituição. Veja o site da Comissão de Pesquisa em [www.cpq.fearp.usp.br](http://www.cpq.fearp.usp.br).  
Informações: e-mail: [cpq@fearp.usp.br](mailto:cpq@fearp.usp.br)

# **Escolas Charter e a Eficiência do Sistema Público de Ensino**

Reynaldo Fernandes

Universidade de São Paulo

Naercio Menezes Filho

Inspere e Universidade de São Paulo

## **Resumo**

Este artigo examina a pertinência de se comparar os resultados entre escolas charter e escolas públicas tradicionais como forma de avaliar a contribuição das escolas charter para a eficiência do sistema educacional. A presença de escolas charter reproduz o equilíbrio de mercado onde todos os alunos possuem o mesmo poder de compra. Em tal situação não há diferença de desempenho entre escolas charter e escolas públicas tradicionais, mas, sob certas hipóteses, melhora a alocação de recursos e o desempenho médio dos estudantes do sistema educacional.

**Palavras-chave:** Escolas Charter, Qualidade da Educação, Escolha de Escola

**Classificação JEL:** I20, I22, J28

## **1) Introdução**

Escolas charter são escolas financiadas pelo poder público que, como escolas públicas, não podem selecionar estudantes ou cobrar mensalidades. De modo geral, são isentas de certas regulações e possuem mais autonomia sobre decisões de contratação e pagamento de pessoal, currículo, horário escolar e métodos pedagógicos. Seus defensores argumentam que elas são mais eficientes e melhoram o desempenho das escolas públicas concorrentes. Já seus críticos alegam que elas retiram recursos das escolas públicas tradicionais e promovem segregação.

Nos Estados Unidos, de acordo com o Center for Education Reform, havia cerca de 1,9 milhões de estudantes freqüentando uma escola charter em dezembro de 2011, correspondendo a pouco menos de 4% de todos os estudantes de escolas públicas americanas. Várias pesquisas têm examinado a eficiência relativa das escolas charter. De modo geral, busca-se comparar os resultados das escolas charter e das escolas públicas tradicionais, controlando a condição de ingresso dos estudantes. Os resultados, no entanto, são mistos.

Alguns estudos têm utilizado dados longitudinais para estimar modelos com efeitos fixos de estudantes.<sup>1</sup> O resultado típico desses estudos indica que o efeito das escolas charter sobre o desempenho dos estudantes é insignificante ou negativo (Clark et al., 2011). A dúvida é se o procedimento adotado é suficiente para eliminar completamente o viés de seleção potencialmente existente.

Outros estudos aproveitam do fato de que, por terem mais candidatos do que vagas, muitas escolas charter admitem seus alunos com base em uma loteria. Nesse caso, aqueles que não foram selecionados servem como grupo de controle do “experimento”. Como a participação nos grupos de tratamento e controle é aleatória, tais estudos são os mais confiáveis estatisticamente. O problema reside na sua validade externa. Os primeiros estudos com essa abordagem encontraram resultados favoráveis às escolas charter, que se mostraram expressivos e estatisticamente significativos.<sup>2</sup>

Pesquisas recentes têm sugerido que a principal diferença entre os dois tipos de estudos pode ser mais devido à cobertura do que devido à metodologia. Os estudos do primeiro tipo (efeito fixo) tendem a ter uma maior abrangência, cobrindo diversos distritos educacionais ou estados, enquanto que os do segundo tipo (loteria de ingresso) se concentram em estudantes de minorias e em grandes distritos urbanos.

Por exemplo, Clark et al. (2011) apresentam resultados de um estudo aleatorizado de caráter nacional, incluindo 36 escolas charter de 15 estados norte-americanos. Em média, o desempenho das escolas charter não foi diferente das escolas públicas tradicionais. Entretanto, os resultados variaram significativamente entre escolas e estudantes, com impactos positivos para os estudantes e escolas mais desfavorecidos e negativos para os socialmente mais favorecidos. Do mesmo modo, Angrist et al. (2011) encontram que, no estado de Massachusetts, o impacto das escolas charter foi positivo

---

<sup>1</sup> Ver, por exemplo, Sass (2006), Bifulco and Ladd (2006), Booker et al. (2007), Hanushek et al. (2007) e Zimmer et al. (2009).

<sup>2</sup> Ver Hoxby e Rockoff (2005), Hoxby et al. (2009), Dobbie and Fryer (2009), Abdulkadiroglu et al. (2009) e Angrist et al. (2010).

nas áreas urbanas (onde a população tende a ser socialmente menos favorecida) e negativo ou não significativo fora delas.

O fato é que as escolas charters variam substancialmente no desenho e no tipo de alunos que elas servem. A regulação estatal varia muito entre os estados, tanto em relação ao modo de financiamento quanto em relação às restrições para abertura e expansão de escolas charters. Essa diversidade de situações pode gerar uma diversidade de resultados. Por exemplo, estudos que consideram apenas escolas charter com excesso de demanda podem estar comparando o efeito das melhores escolas charter com a média das escolas públicas tradicionais, isso se o excesso de demanda for um indicador de qualidade da escola

Sob uma perspectiva de política educacional, a questão chave é saber se a retirada de restrições para a abertura e expansão de escolas charter melhoraria a qualidade da educação pública. Essa questão vai além de comparar os resultados entre os dois tipos de escolas. As escolas charter podem melhorar a qualidade da educação pública, ainda que não apresentem melhor desempenho do que as escolas públicas tradicionais que recebem público similar.

O mecanismo de mercado, subjacente às escolas charter, exerce uma pressão para igualar o desempenho dos estudantes em diferentes escolas. Se, de início, as escolas charter apresentam melhor desempenho, haveria alunos das escolas públicas tradicionais desejando se transferir para elas. Como os recursos das escolas charter dependem do número de alunos, é provável que esses alunos obtivessem as vagas desejadas. Se o desempenho médio da escola se reduz com o número de alunos, não haveria, no limite, diferença entre o desempenho dos alunos nos dois tipos de escolas. Entretanto, o desempenho médio dos estudantes do sistema pode ser maior com a presença das escolas charter.

No presente artigo, analisamos a situação onde as regras impostas às escolas públicas tradicionais provocam uma alocação ineficiente dos recursos. Nesse cenário, a presença de escolas charter pode elevar o desempenho médio, além de produzir igualdade de tratamento entre alunos similares. As escolas charter restabeleceriam as condições de mercado onde cada aluno possui o mesmo volume de recurso e as escolas são privadas, mas impedidas de selecionar estudantes. No entanto, as escolas charter não eliminam, necessariamente, as escolas públicas tradicionais e, ao final, os alunos seriam indiferentes entre as escolas dos dois tipos.

## 2) Escolas Públicas Tradicionais, Escolas Charter e Mecanismo de Mercado

Vamos admitir que o responsável pela educação pública disponha de um volume de recursos  $R$  para prover educação para  $N$  estudantes homogêneos. Ele pode escolher entre duas alternativas de organização: o sistema público tradicional e o sistema de “mercado”. No primeiro, o poder público ofereceria diretamente os serviços educacionais: contrataria os professores e os alocaria aos estudantes. No segundo, o gestor dividiria  $R$  igualmente entre os estudantes e esses comprariam serviços educacionais no “mercado”.

Existem dois tipos de professores: do tipo 1 (bons) e do tipo 2 (maus). A qualidade de ensino é afetada apenas pela qualidade do professor e pelo tamanho da turma.<sup>3</sup> Os salários dos professores se constituem no único custo da educação.

Definindo  $y_i$  e  $\phi_i$ , respectivamente, como o desempenho e o tamanho da turma dos alunos submetidos aos professores do tipo  $i$ , temos:

$$\begin{aligned} y_1 &= f(\phi_1) \text{ e} & (1) \\ y_2 &= g(\phi_2). \end{aligned}$$

Em (1), temos que  $f'(\phi_1) < 0$  e  $g'(\phi_2) < 0$ . Para qualquer tamanho de turma admissível,  $\phi^*$ , considera-se que  $f(\phi^*) > g(\phi^*)$  e que a elasticidade do desempenho em relação ao tamanho de turma é, em termos absolutos, menor que a unidade:  $|\varepsilon_{\phi i}| < 1$ .<sup>4</sup> O produto educacional total é dado por  $Y = n_1 f(\phi_1) + (N - n_1) g(\phi_2)$ , onde  $n_i$  é o número de alunos alocados aos professores do tipo  $i$ .

A função utilidade comum a todos os professores é  $U = w\phi^{-\beta}$ , onde  $0 < \beta < 1$  e  $w$  é o salário. Assim, os professores sempre estariam dispostos a aumentar o tamanho

---

<sup>3</sup> Os benefícios de classes menores têm sido destacados em estudos que utilizam técnicas experimentais e quase-experimentais (ver, por exemplo, Krueger, 1999; Angrist e Lavy, 1999 e Schanzenbach 2010). Por outro lado, tem sido amplamente aceito que o principal determinante da qualidade das escolas é a qualidade de seus professores, ainda que a efetividade do professor não possa ser facilmente associada às suas características observáveis (ver Hanushek e Rivikin, 2006).

<sup>4</sup> Aos e Pennucci (2003) revisam 53 estudos avaliando os impactos da redução do tamanho de sala. Em todos os casos a elasticidade do desempenho com respeito ao tamanho de sala foi, em termos absolutos, inferior a 0,15.

de turma em  $x\%$  se seus salários fossem aumentados nesses mesmos  $x\%$ .<sup>5</sup> A oferta agregada de trabalho para os professores do tipo  $i$  é  $s_i = A_i U_i$ , onde  $A_i$  é um parâmetro fixo.

A tarefa do gestor da educação no sistema público tradicional seria o de fixar  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $w_1$  e  $w_2$ , de modo a maximizar sua função objetivo. Uma característica dos sistemas públicos de ensino é que o gestor enfrenta restrições institucionais sobre suas decisões de contratação, pagamento e gerenciamento de pessoal. Vamos admitir um gestor público eficiente, mas sujeito a duas restrições: pagar o mesmo salário e fixar o mesmo tamanho de turma para todos os professores. Portanto, temos que  $w = \frac{R}{S}$  e  $\phi = \frac{N}{S}$ , onde  $S$  é o número de professores contratados.

A hipótese de que a única fonte de ineficiência surge das regras institucionais impostas ao gestor é, evidentemente, otimista. É razoável supor que o gestor não disponha de conhecimentos e meios para encontrar o ótimo condicional. De qualquer modo, a hipótese de um gestor eficiente fornece um importante *benchmark*.

Então, a decisão do gestor se restringe ao número de professores contratados de cada um dos tipos. Por simplicidade, vamos admitir que a função objetivo do gestor só considere o produto educacional total.

Ao salário  $w^*$ , o gestor contrata todos os professores do tipo 1 que se disponham a trabalhar, mas pode contratar apenas uma parte dos trabalhadores do tipo 2. Assim, temos que  $S = s_1 + a s_2$  ( $0 \leq a \leq 1$ ),  $n_1 = \frac{s_1 N}{S}$ ,  $n_2 = \frac{a s_2 N}{S}$ ,  $S = s_1(1 + ab)$  e  $A_2 = b A_1$ , com  $b \geq 0$ .

Sem perda de generalidade, podemos definir  $g(\phi) = \theta f(\phi)$ , onde  $\theta$  pode depender de  $\phi$ :  $\theta(\phi)$ .<sup>6</sup> Então, o problema do gestor passa a ser dado por (2).

$$\max_a Y = N f(\phi) \left[ \frac{1+ab\theta}{1+ab} \right] \quad (2)$$

$$\phi = \frac{N}{S}$$

$$S = [(1 + ab)\bar{S}]^{\frac{1}{2-\beta}}$$

$$\bar{S} = A_1 R N^{-\beta}$$

<sup>5</sup> DeArmond e Golghaber (2008) mostram que a maioria dos professores do Estado de Washington (83%) preferiu um aumento de salários de \$ 5.000 anuais do que a redução de dois alunos em sala de aula, sendo que as duas alternativas implicam em, aproximadamente, o mesmo aumento de custos para o sistema.

<sup>6</sup> Quando  $\theta'(\phi) > 0$ , significa que os bons professores possuem vantagem em lidar com turmas pequenas. Por outro lado, a condição  $\theta'(\phi) < 0$  implica que os bons professores são relativamente melhores para lidar com turmas grandes.

Vejamos agora o problema de alocação de professores sob o arranjo de “mercado”. Vamos admitir que a mensalidade seja igual ao valor transferido pelo gestor. Assim, todas as escolas no “mercado” de educação seriam, na realidade, escolas charter.

Sob a hipótese que os alunos objetivam o maior desempenho possível e disponham das informações necessárias, a alocação de equilíbrio, caso um equilíbrio com os dois tipos de escolas exista, se daria com  $y_1 = y_2$  e  $\frac{w_1}{\phi_1} = \frac{w_2}{\phi_2}$ . O desempenho não se diferenciaria por tipo de escola e os bons professores teriam mais alunos, ganhando um salário proporcionalmente maior.<sup>7</sup>

Caso o produto educacional total seja maior na alocação de “mercado”, o sistema de “mercado” dominaria o sistema público tradicional: maior desempenho e menor desigualdade. Para que isso ocorra seria necessário garantir que a condição (3) seja satisfeita.

$$[f(\phi_1^*) - f(\phi^*)] + ab[g(\phi_2^*) - g(\phi^*)] > 0 \quad (3)$$

Em (3),  $\phi^*$  é o tamanho de turma ótimo que seria obtido na situação onde o salário e o tamanho de turma não podem ser diferenciados por tipo de professor, enquanto que  $\phi_1^*$  e  $\phi_2^*$  são os tamanhos de turma que seriam obtidos pela regra de “mercado”.

Para nossos propósitos, seria importante ressaltar que, partindo da alocação do sistema público tradicional, a permissão para operação de escolas charter, dotadas dos mesmos recursos das escolas públicas tradicionais, resultaria no mesmo equilíbrio do que o sistema de “mercado”, mas não eliminaria, necessariamente, as escolas públicas tradicionais.

A condição de não-arbitragem requer que os estudantes obtenham o mesmo desempenho em qualquer escola. Da mesma forma, os professores de mesma qualidade devem ter o mesmo salário. Como o tamanho de turma não se diferencia por tipo de professor no sistema público tradicional, ele não poderia contratar os dois tipos de professores. Assim, não haveria um único equilíbrio possível. Seriam equilíbrios possíveis todas as situações em que as escolas charter contratassem todos os professores

---

<sup>7</sup> Por simplicidade podemos pensar que cada escola é formada por apenas um professor.

de um determinado tipo e uma proporção (entre zero e um) dos professores do outro tipo.

Se os indivíduos mudassem de posição apenas quando a alternativa mostra-se estritamente superior a posição atual, podemos analisar a situação quando, a partir de um sistema público de ensino sem escolas charter, as escolas charter passam a ser permitidas.<sup>8</sup>

O resultado final vai depender da situação inicial, quando apenas o sistema público regular opera. Por exemplo, se apenas bons professores fossem contratados na situação inicial, as escolas charter se especializariam em contratar maus professores e oferecer turmas menores. Por outro lado, se os dois tipos de professores fossem contratados na situação inicial, o equilíbrio final se daria com as escolas charter se especializando em contratar bons professores e oferecendo turmas maiores.

### **3) A Superioridade do Sistema Educacional com Escolas Charter: Um Exemplo**

A condição (3) seria obtida para uma ampla gama de funções de produção educacional e de valores de  $\beta$ .<sup>9</sup> Nessa seção, vamos analisar o caso onde, além de superior, o sistema de “mercado” maximiza o produto educacional total.

O problema a ser resolvido por um gestor eficiente e não restrito às regras institucionais é dado por (4).

$$\max_{\phi_i, w_i} Y = n_1 f(\phi_1) + n_2 g(\phi_2) \quad (4)$$

sujeito a:

$$W = w_1 s_1 + w_2 s_2 \text{ e}$$

$$N = s_1 \phi_1 + s_2 \phi_2$$

Então, o problema pode ser reescrito como (5), onde  $\lambda$  e  $G$  são os multiplicadores de Lagrange para as respectivas restrições.

---

<sup>8</sup> Isso equivale a considerar a existência de um pequeno custo fixo, o qual estudantes e professores teriam que arcar, para trocar de escolas. Ninguém estaria disposto a arcar com esse custo para se transferir da escola A para a escola B, caso os benefícios da escola B fossem os mesmos da escola A.

<sup>9</sup> Quanto menor o valor de  $\beta$ , maior é a chance de (3) ser satisfeita. Uma discussão sobre a plausibilidade do atendimento da condição (3) é realizada no Apêndice I.

$$\max_{\phi_i, w_i} Z = A_1 w_1 \phi_1^{1-\beta} f(\phi_1) + A_2 w_2 \phi_2^{1-\beta} g(\phi_2) - \lambda (A_1 w_1 \phi_1^{1-\beta} + A_2 w_2 \phi_2^{1-\beta} - N) - G(A_1 w_1^2 \phi_1^{-\beta} + A_2 w_2^2 \phi_2^{-\beta} - W) \quad (5)$$

Admitindo a existência de uma solução interior para (5), obtemos as condições (6) e (7).

$$\frac{y_1 \varepsilon_{\phi_1} \phi_1}{y_2 \varepsilon_{\phi_2} \phi_2} = \frac{w_1}{w_2} \quad (6)$$

$$\frac{y_1 - \lambda}{y_2 - \lambda} = \frac{y_1 \varepsilon_{\phi_1}}{y_2 \varepsilon_{\phi_2}} \quad (7)$$

A condição (6) nada mais é do que a condição que a Taxa Marginal de Substituição entre bons e maus professores é igual à razão dos salários.

Se, no ponto de máximo, as elasticidades forem iguais ( $\varepsilon_{\phi_1} = \varepsilon_{\phi_2}$ ) e admitindo que  $n_1 + n_2 = N$  seja uma restrição ativa, temos que  $\lambda \neq 0$  e  $y_1 = y_2$ , de modo que  $\frac{w_1}{\phi_1} = \frac{w_2}{\phi_2}$ . Tais condições seriam, evidentemente, verificadas caso as funções de produção apresentassem elasticidades constantes e iguais. Elas seriam verificadas também em caso de funções de produção lineares com o mesmo intercepto:  $y_i = A - b_i \phi_i$ , com  $b_1 < b_2$ . Nesses exemplos, o gestor eficiente faz o mesmo que o “mercado”.

Podemos verificar também que, para os exemplos acima, a solução de (2) envolve uma solução de canto, pois no ponto onde  $\frac{dY}{da} = 0$ , obtemos  $\frac{d^2Y}{da^2} > 0$ . Assim, o gestor do sistema escolheria  $a = 0$  ou  $a = 1$ , a depender dos valores de  $b$ ,  $\theta$ ,  $\beta$  e  $\varepsilon_\phi$ .<sup>10</sup>

#### 4) Conclusão

O argumento central do artigo é o de que as escolas charter funcionam como um mecanismo de contornar as restrições institucionais impostas ao gestor público e, assim, restabelecer o equilíbrio de “mercado”. O equilíbrio de “mercado” pode ser superior ao resultado obtido pelo sistema público tradicional, mas não seria esperar que as escolas charter apresentem um melhor desempenho. Então, não haveria sentido querer avaliar

<sup>10</sup> No caso de funções de produção educacional com elasticidades constantes e iguais, admita que  $f(\phi)$  seja uma função com elasticidade constante e que  $\theta$  seja um parâmetro entre zero e um. No Apêndice II mostra-se que a solução de conto, com  $a = 0$  ou  $a = 1$ , seria o esperado.

uma política de expansão das escolas charter com base na diferença de desempenho entre os dois tipos de escolas.

Nesse cenário, alguém poderia perguntar se não seria mais fácil, simplesmente, retirar tais restrições. Em relação a isso, dois pontos devem ser destacados. Primeiro, pode ser mais fácil aprovar uma legislação sobre escolas charter do que mudar regras de contratações e alocação de recursos educacionais há muito tempo definidas. Segundo, a hipótese de que o gestor público só não obtém a solução eficiente em virtude das restrições impostas é muito otimista. Seria mais razoável admitirmos que, mesmo sem tais restrições, o gestor não disporia de conhecimento e meios para encontrar a solução ótima.

Se a solução de “mercado” for mais eficiente, então, uma alternativa para o gestor público seria o de impor regras que replicassem o mecanismo de mercado, os assim chamado quase-mercados. Quase-mercados podem ser uma alternativa, mas essa discussão está além dos objetivos do presente artigo.

Enquanto a elevação da eficiência de professores em escolas charter, ou em virtude de sua introdução, tem sido destacada pelos defensores das escolas charter, o presente artigo se concentra na questão de contratação e alocação de professores. Consideramos que o desempenho de determinado professor não se altera a depender do tipo de escola em que atua. Evidentemente, a concorrência por alunos gera um incentivo para os professores elevarem o esforço. Portanto, se existe um problema de falta de incentivo para elevar o desempenho dos professores nas escolas públicas tradicionais, esse seria um motivo adicional para se defender a introdução de escolas charter.

Toda análise considerou que existe plena liberdade de ingresso de escolas charter e que as mesmas são dotadas com os mesmos recursos das escolas públicas tradicionais, o que não corresponde, necessariamente, com a realidade. De acordo com Center for Education Reform (2010) as escolas charter são, em média, menores que as escolas públicas tradicionais e contam com menos recursos por aluno (ver também Batdorff et al., 2014). Além disso, os estados costumam impor restrições à abertura e expansão de escolas charters (Terry e Kim, 2009). Esses fatos têm se apresentado como um limitante para uma maior expansão das escolas charter nos Estados Unidos.

Por outro lado, algumas importantes redes de escolas charter (Charter Management Organizations) dos Estados Unidos apresentam excelente desempenho, excesso de demanda e, diferentemente do previsto no presente artigo, não expandem a oferta de vagas. Muitas delas, no entanto, contam com importantes volumes de recursos

advindos de doações privadas (ver Furgeson et al., 2012). Se o bom desempenho é importante para o recebimento dos recursos privados, então, esse seria um motivo para a não expansão de vagas. De qualquer modo, essas escolas não são representativas do conjunto de escolas charter. Segundo Furgeson et al. (2012) as escolas Charter pertencentes às Charter Management Organizations representam cerca de 16% do conjunto de escolas charter nos Estados Unidos.

Por fim, o artigo considerou que os estudantes são homogêneos ou, ao menos, que a distribuição de habilidades não se diferencie entre escolas e turmas. Uma expansão importante seria considerar o caso onde professores (ou escolas) diferentes recebem, de forma sistemática, alunos com diferentes potências de aprendizado. Isso pode ocorrer, por exemplo, caso o perfil dos estudantes varie de acordo com a região de moradia e os estudantes sejam obrigados a frequentar uma escola da região onde moram. Aqui as questões relacionadas às desigualdades de desempenho e ao tratamento a ser dado para desiguais ganham destaque.

## Referências

Abdulkadiroglu, A., Angrist, J., Cohodes, S., Dynarski, S., Fullerton, J. Kane, T. e Pathak, P. (2009). *Informing the Debate: Comparing Boston's Charter, Pilot and Traditional Schools*. Boston: Boston Foundation.

Angrist, J. D., Dynarski, S. M., Kane, T. J., Pathak, P. A. e Walters, C. R. (2010). *Who Benefits from KIPP*. NBER Working Paper Series No. 15740. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.

Angrist, J. D. e Lavy, V. (1999). Using Maimonides' Rule to Estimate the Effect of Class Size on Scholastic Achievement. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 114: 533-575.

Angrist, J. D., Pathak, P. A. e Walters, C. R. (2011). *Explaining Charter School Effectiveness*. NBER Working Paper Series No. 17332. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.

Aos, S. e Pennucci, A. (2013). *K-12 Class Size Reductions and Student Outcomes: A Review of the Evidence and Benefit-Cost Analysis*. Document No. 13-01-2201. Olympia, WA: Washington State Institute for Public Policy.

- Batdorff, M., Maloney, L., May, J. F., Speakman, S. T., Wolf, P. J. e Cheng, A. (2014). *Charter School Funding: Inequity Expands*. School Choice Demonstration Project, Department of Education Reform, University of Arkansas.
- Bifulco, R. e Ladd, H. F. (2006). The Impact of Charter Schools on Student Achievement: Evidence from North Carolina. *Education Finance and Policy*, vol. 1: 50-90.
- Booker, T. K., Gilpatric, S., Gronberg, T. e Jansen, D. (2007). The Impact of Charter School Attendance on Student Performance. *Journal of Public Economics*, vol. 91: 849-876.
- Center for Education Reform (2010). *Annual Survey of America's Charter Schools 2010*. Washington, DC :Center for Education Reform.
- Clark, M. A., Gleason, P., Tuttle, C. C. e Silverberg, M. K. (2011). *Do Charter Schools Improve Student Achievement? Evidence from a National Randomized Study*. Princeton, NJ: Mathematica Policy Research.
- DeArmond, M. e Golghaber, D. (2008). *A Leap of Faith: Redesigning Teacher Compensation*, Center on Reinventing Public Education. University of Washington.
- Dobbie, W. e Fryer Jr., R. G. (2009). *Are High Quality Schools Enough to Close the Achievement Gap? Evidence from a Social Experiment in Harlem*. NBER Working Paper Series No. 15473. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- Furgeson, J., Gill, B., Haimson, J., Killewald, A., McCullough, M., Nichols-Barrer, I., Teh, B., Savitz, N. V., Bowen, M., Demeritt, A., Hill, P. e Lake, R. (2012). *Charter-School Management Organizations: Diverse Strategies and Diverse Student Impacts*. Cambridge, MA: Mathematica Policy Research.
- Hanushek, E. A., Kain, J. F., Rivkin, S. G. e Branch. G. F. (2007). Charter School Quality and Parental Decision Making with School Choice. *Journal of Public Economics*, vol. 91: 823-848.
- Hanushek, E. A. e Rivkin, S. G. (2006). Teacher Quality. In Hanushek, E. A e Welch, F. (eds.) *Handbook of the Economics of Education*, pp 1051-1078. Amsterdam: North Holland.
- Hoxby, C. M., Murarka, S. e Kang, J. (2009). *How New York City's Charter Schools Affect Student Achievement: August 2009 Report*. Second Report in Series. Cambridge, MA: New York City Charter Schools Evaluation Project.
- Hoxby, C. M., e Rockoff, J. E. (2005). Findings from the City of Big Shoulders. *Education Next*, vol. 5: 52-58.
- Krueger, A. B. (1999). Experimental Estimates of Education Production Functions. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 114: 497-532.

Sass, T. R. (2006). Charter Schools and Student Achievement in Florida. *Education Finance and Policy*, vol. 1: 91-122.

Schanzenbach, D. W. (2010). The Economics of Class Size. In Brewer, D. J. e McEwan, P. J. (eds.) *Economics of Education*, pp 183-190. San Diego, CA: Elsevier.

Terry, B. D. e Kim, J. (2009). *Charter School Caps*. Texas Public Policy Foundation.

Zimmer, R., Gill, B., Booker, K., Lavertu, S., Sass, T. R. e Witte, J. (2009). *Charter Schools in Eight States: Effects on Achievement, Attainment, Integration, and Competition*. Santa Monica, CA: RAND Corporation.

## Apêndice I – A Superioridade do Sistema Educacional com Escolas Charter: Condições Gerais

Como discutido no Apêndice II, sob hipóteses razoáveis, seria de esperar que a solução para o sistema público tradicional envolva  $a = 0$  ou  $a = 1$ . Então vamos analisar esses casos.

Primeiro vamos considerar que  $a = 0$ , de modo que a condição (3) fica reduzida para  $[f(\phi_1^*) - f(\phi^*)] > 0$ . Essa condição deve ser satisfeita, a menos que nenhum professor do tipo 2 fosse contratado quando o sistema de “mercado” estivesse em operação.

Partindo de um sistema público tradicional cuja solução ótima seja a de contratar apenas professores do tipo 1 e permitindo a participação de escolas charter, nenhum professor do tipo 2 seria contratado caso  $f(\phi^* - 1) > g(1)$ . Nessa situação, o sistema público tradicional não se diferenciaria do sistema de “mercado” e teríamos  $[f(\phi_1^*) - f(\phi^*)] = 0$ .

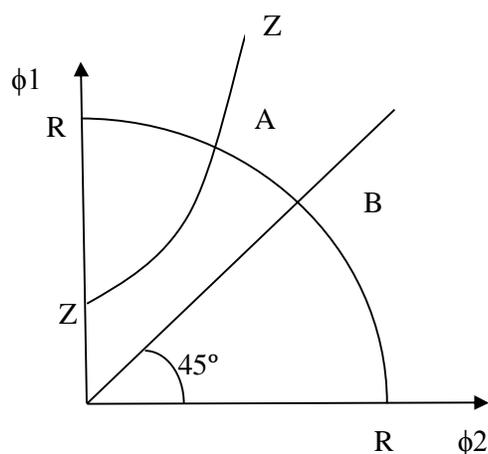
Por outro lado, admitindo que  $f(\phi^* - 1) < g(1)$ , haveria professores do tipo 2 dispostos a trabalhar recebendo  $\frac{R}{N}$  por aluno e oferecendo melhor ensino do que o vigente. Desse modo, se o sistema de “mercado” fosse implantado, haveria alunos dispostos a abandonar os professores do tipo 1 e se dirigirem para professores do tipo 2. Se o número de professores tipo 1 permanecesse constante, a satisfação da condição acima seria direta, uma vez que a redução do tamanho da turma melhora o desempenho. No entanto, um menor tamanho de turma, com a conseqüente redução salarial, reduz a oferta de professores do tipo 1. Mas, ao final, o tamanho de turma deve ser menor, pois, caso contrario, a oferta de professores do tipo 1 não poderia ser reduzida. Assim, temos que  $\phi_1^* < \phi^*$  e  $f(\phi_1^*) > f(\phi^*)$ .

Vamos admitir agora que  $a = 1$ . Nessa situação, o salário pago aos professores, tanto na solução de “mercado” como na regra da administração pública tradicional, é dado por:  $\frac{R}{N} \phi_i$  ( $i = 1$  ou  $2$ ). Então, dado que  $s_1 \phi_1 + s_2 \phi_2 = N$ , obtemos AI-1.

$$\phi_1 = \left[ \frac{N^2}{A_1 R} - b \phi_2^{2-\beta} \right]^{\frac{1}{2-\beta}} \quad (\text{AI-1})$$

A equação (AI-1) dá todas as combinações possíveis de  $\phi_1$  e  $\phi_2$  que esgotam todos os recursos disponíveis e atendem a regra salarial descrita acima. Ela possui inclinação  $-b \left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)^{1-\beta}$  e encontra-se representada pela curva R na figura 1.

**Figura 1 – Possibilidades de Tamanhos de Turmas**



A regra de “mercado”, além de satisfazer (AI-1), requer que  $f(\phi_1) = g(\phi_2)$ . As combinações de  $\phi_1$  e  $\phi_2$  que atendem a essa restrição é dada por (AI-2) e estão representadas pela curva Z na figura 1. A inclinação de (AI-2) é dada por  $\frac{g'}{f'}$  e, portanto, dependente das formas funcionais de  $f$  e  $g$ . A solução de mercado é representada pelo ponto A.

$$\phi_1 = f^{-1}[g(\phi_2)] \quad (\text{AI-2})$$

O ponto B, na figura 1, representa a situação em que  $\phi_1 = \phi_2$  e a condição (AI-1) é satisfeita. Assim, ele representa a solução do sistema público tradicional. Portanto, o que necessitamos saber é se o produto educacional total é maior no ponto A ou no ponto B.

Para verificar isso, seria interessante encontrarmos a condição que maximiza o produto educacional, dado que (AI-1) seja satisfeita, o que é dado por (AI-3).

$$\max_{\phi_1, \phi_2} Y = f(\phi_1)A_1 \frac{R}{N} \phi_1^{2-\beta} + g(\phi_2)A_2 \frac{R}{N} \phi_2^{2-\beta} \quad (\text{AI-3})$$

sujeito a:

$$N^2 = A_1 R \phi_1^{2-\beta} + A_2 R \phi_2^{2-\beta}$$

Admitindo a existência de uma solução interior em (AI-3), a condição de primeira ordem é dada por (AI-4).

$$y_1(2 - \beta + \varepsilon_{\phi_1}) = y_2(2 - \beta + \varepsilon_{\phi_2}) \quad (\text{AI-4})$$

Definindo  $\delta_\phi = \frac{\partial f}{\partial \phi} \frac{\phi}{f}$  e  $\eta_\phi = \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \frac{\phi}{\theta}$ , em (AI-4) temos que  $\varepsilon_{\phi_1} = \delta_{\phi_1}$  e  $\varepsilon_{\phi_2} = \eta_{\phi_2} + \delta_{\phi_2}$ . Note, por exemplo, que em caso das elasticidades serem constantes e iguais ( $\varepsilon_{\phi_1} = \varepsilon_{\phi_2} = \varepsilon$ ), a solução de “mercado” é ótima, como seria o esperado.<sup>11</sup>

Se admitíssemos que  $\delta'_\phi \geq 0$  e  $\theta'(\phi) \leq 0$ , teríamos que  $|\varepsilon_{\phi_1}| \leq |\varepsilon_{\phi_2}|$ , de modo que a solução ótima se daria no ponto A (quando  $\delta'_\phi = 0$  e  $\theta'(\phi) = 0$ ) ou em um ponto a sua esquerda. Assim, a condição (3) ficaria garantida. O termo  $\delta'_\phi > 0$  significa que, em termos absolutos, a elasticidade do desempenho em relação ao tamanho de sala se reduz quando o tamanho de sala aumenta, enquanto o termo  $\theta'(\phi) < 0$  significa que os bons professores são relativamente melhores para lidar com turmas grandes, de modo que para turmas muito pequenas não faria muita diferença o tipo de professor.<sup>12</sup>

Ainda que as hipóteses acima não sejam satisfeitas, podemos ter que a condição (3) seja atendida. Quanto menor o valor de  $\beta$  e mais inelástico for o desempenho dos estudantes em relação ao tamanho de turma ( $\varepsilon_{\phi_i}$ ), maiores são a chance de que (3) seja atendida.<sup>13</sup> Sob tais circunstâncias não seria de esperar que  $\frac{(2-\beta+\varepsilon_{\phi_1})}{(2-\beta+\varepsilon_{\phi_2})}$  se afastasse muito da unidade, de modo que a solução ótima se daria próxima do ponto A. Assim, seria de

<sup>11</sup> Por hipótese temos que  $(2 - \beta + \varepsilon_{\phi_i}) > 0$ . Definindo  $z_i = y_i(2 - \beta + \varepsilon_{\phi_i})$ , uma condição suficiente para que (AI-4) seja uma condição de máximo é que  $\frac{\partial z_i}{\partial \phi_i} < 0$ .

<sup>12</sup> A condição que  $\theta'(\phi) < 0$  implica em  $\eta_\phi < 0$ .

<sup>13</sup> Ver nota 4.

esperar que o produto educacional total fosse maior sob o arranjo de “mercado” do que sob o arranjo público tradicional.

## Apêndice II – A Solução para o Sistema Público Tradicional

Com base em (2), diferenciando  $Y$  em relação a  $a$  e igualando o resultado a zero obtemos (AII-1), cuja solução é dada por (AII-2).

$$\frac{dY}{da} = f(\phi) \frac{Nb}{(1+ab)^2} \left[ (\theta - 1) - \frac{\delta_\phi}{2-\beta} - ab\theta \frac{(\eta_\phi + \delta_\phi)}{2-\beta} \right] = 0 \quad (\text{AII-1})$$

$$\delta_\phi = \frac{\partial f}{\partial \phi} \frac{\phi}{f} \text{ e } \eta_\phi = \frac{\partial \theta}{\partial \phi} \frac{\phi}{\theta}$$

$$a = \frac{(\theta-1)(2-\beta) - \delta_\phi}{b\theta(\eta_\phi + \delta_\phi)} \quad (\text{AII-2})$$

Note que a elasticidade de  $g$  em relação a  $\phi$  é dada por  $\eta_\phi + \delta_\phi$  e, portanto,  $\eta_\phi + \delta_\phi < 0$ .<sup>14</sup> Para garantir que a condição dada por (AII-1) seja ótima é preciso garantir que ela seja satisfeita para  $0 < a < 1$  e que, nesse ponto,  $\frac{d^2Y}{da^2} < 0$ .

Como mencionado anteriormente, a relação entre o desempenho dos estudantes e o tamanho de turma parece ser bastante inelástica.<sup>15</sup> Então, caso a diferença de qualidade entre os dois tipos de professores seja significativa, seria de esperar que  $(1 - \theta)(2 - \beta) + \delta_\phi > 0$ , de modo que, em (AII-2), teríamos  $a > 0$ . E mais, no ponto  $a = 0$ , teríamos  $\frac{dY}{da} < 0$ . O sinal da inclinação de  $Y(a)$  é dado por  $I$  em (AII-3), onde  $I < 0$  quando  $a = 0$ .

$$I = \theta(2 - \beta + ab|\varepsilon_{\phi 2}|) - (2 - \beta - |\varepsilon_{\phi 1}|) \quad (\text{AII-3})$$

Admitindo que  $I(a)$  seja uma função monótona no intervalo  $0 \leq a \leq 1$ , teríamos duas situações a considerar. A primeira é que  $Y(a)$  seja decrescente em todo intervalo relevante. Nesse caso, a solução ótima seria contratar apenas professor do tipo 1. Na segunda, existiria uma inversão do sinal nesse intervalo e, desse modo,  $Y(a)$  apresentaria um mínimo global no intervalo relevante. Nesse caso, existiriam duas soluções possíveis. O gestor da educação, no sistema público tradicional, contrataria apenas professores mais qualificados ou fixaria um salário e contrataria todos os

<sup>14</sup> Nesse caso temos que  $\delta_\phi = \varepsilon_{\phi 1}$  e  $(\eta_\phi + \delta_\phi) = \varepsilon_{\phi 2}$ .

<sup>15</sup> Ver nota 4.

professores que se dispusessem a trabalhar por ele. A solução consistiria em comparar  $Y(0)$  e  $Y(1)$  para ver qual é maior. Quanto maior o valor de  $b$ , maior a chance de  $Y(1) > Y(0)$ .

Assim, admitindo que  $(1 - \theta)(2 - \beta) + \delta_\phi > 0$  e que  $I(a)$  seja uma função monótona no intervalo relevante, o gestor do sistema escolheria  $a = 0$  ou  $a = 1$ . De modo geral, a segunda solução requereria que o estoque de professores do tipo 2 seja significativamente maior do que o estoque de professores do tipo 1 ( $A_2 > A_1$ ), estabelecendo que  $b$  seja grande.<sup>16</sup>

---

<sup>16</sup> Note que quando  $b$  é suficientemente grande teremos que  $I'(a) < 0$ . Assim, mesmo admitindo que a condição  $(1 - \theta)(2 - \beta) + \delta_\phi > 0$  não seja satisfeita, a solução ótima será fixar  $a = 1$ .